Problema núm. 2

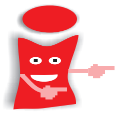
Esboza las gráficas de las siguientes funciones y observa que son continuas en todo $\mathbb{R}$.

$$x \mapsto f(x) = \left|-x^2 + 3x + 4\right| \quad ; \quad x \mapsto g(x) = \left|x^2 - |x|\right|$$

$$x \mapsto h(x) = \max\left\{x + 2, -x^2 + x + 6\right\} \quad ; \quad x \mapsto i(x) = |\cos x|$$

Indica para cada una de ellas sus intervalos de monotonía (crecimiento y decrecimiento) e indica los intervalos del dominio en donde la función es cóncava, y en donde es convexa.

Solución:



MONOTONÍA:

♦ Se dice que una función f es **creciente** (en sentido estricto) en un intervalo I contenido en el dominio de f, si $f(a) < f(b)$ siempre que a y b sean dos puntos cualesquiera de I tales que $a < b$.

♦ f es **decreciente** (en sentido estricto) en I si $f(a) > f(b)$ para todo a y b de I tales que $a < b$.

♦ Decimos creciente o decreciente, simplemente, si las condiciones son: $f(a) \leq f(b)$ o $f(a) \geq f(b)$, respectivamente.

♦ Si $f(a) = f(b)$, para toda pareja a y b de I, decimos que f es **constante** en I.

1) $x \mapsto f(x) = \left|-x^2 + 3x + 4\right|$

Como, $-x^2+3x+4 \geq 0$ para $x \in [-1, 4]$ y $-x^2+3x+4 < 0$ para $x \in (-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$, sin más que resolver la inecuación correspondiente, podemos escribir la función f de la forma:

$$x \mapsto f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x - 4 & \text{si } x \in (-\infty, -1) \cup (4, +\infty) \\ -x^2 + 3x + 4 & \text{si } x \in [-1, 4] \end{cases}$$