Problema núm. 55

Racionalizar en cada caso:

$$\mathbf{1)}\ \frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} \quad ; \quad \mathbf{2)}\ \frac{8}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{3}}$$

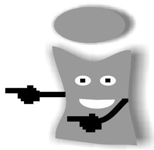
Solución:

Para racionalizar estas dos fracciones hay que tener en cuenta las siguientes dos factorizaciones:

Para cualesquiera que sean los números reales a y b se cumple que:

$$a^3 - b^3 = (a-b)\cdot\left(a^2+ab+b^2\right)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)\cdot\left(a^2-ab+b^2\right)$$



1) Tomando $a=\sqrt[3]{3}$ y $b=\sqrt[3]{2}$, y aplicando la primera factorización, obtenemos:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2}}{\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}\right)\cdot\left(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}{3-2} = \sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}$$

2) Tomando $a=\sqrt[3]{5}$ y $b=\sqrt[3]{3}$, y aplicando la segunda factorización, obtenemos:

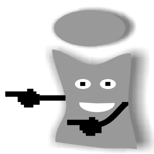
$$\frac{8}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{3}} = \frac{8\left(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{3^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{3}\right)\cdot\left(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{3^2}\right)} =$$

$$= \frac{8\left(\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{15}+\sqrt[3]{9}\right)}{5+3} = \sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{15}+\sqrt[3]{9}$$

Distancias e intervalos en $\mathbb{R}$.

Valor absoluto de un número real: Dado un número real x ($x\in\mathbb{R}$), se define su valor absoluto y se representa así $|x|$, al siguiente número real:

$$|x| = \max\{x,-x\}$$



en consecuencia:

- si $x\geq 0$, $|x|=x$, pues $-x$ es negativo, y $\max\{x,-x\}=x$
- si $x<0$, $|x|=-x$, pues $-x$ es positivo, y $\max\{x,-x\}=-x$