2.2.1. Ejercicios resueltos

Problema núm. 1

Utilizando el método de Gauss, estudia, clasifica y resuelve, en su caso, los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} x+2y+3z=14 \\ -x-y-z=-6 \\ 3x+y-2z=-1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-y+2z-t=1 \\ x+y+z-3t=0 \\ -2x+3y-z-2t=-1 \\ x-10y+15t=3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x-2y-2z+t=1 \\ 2x+y+z-t=2 \\ -8x+y+z+t=-8 \\ -5x+t=-5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x+3y+z=-2 \\ 3x-y+4z=3 \\ 2x+18y+19z=1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x-3y=0 \\ x-5y=0 \\ x+16y=0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x-y+2z=0 \\ -x+2y+3z=0 \\ -2x+9y+31z=0 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x+y+3z=7 \\ 3x+2y-4z=-6 \\ 5x-2y-2z=-6 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2x+4y+z=0 \\ 3x-2y+4z=1 \\ 5x-14y+10z=3 \end{cases}$

Solución:

a) $\begin{cases} x+2y+3z=14 \\ -x-y-z=-6 \\ 3x+y-2z=-1 \end{cases}$

Realicemos sobre la matriz asociada, las oportunas transformaciones hasta obtener un sistema escalonado equivalente al sistema dado:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 14 \\ -1 & -1 & -1 & -6 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & -5 & -11 & -43 \end{pmatrix} \xrightarrow{2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Las transformaciones realizadas son: En (1) sustituir la 2^af. por 2^af.$+1^a$f. y la 3^af. por 3^af.$-3(1^a$f.). En (2) sustituir la 3^af. por 3^af.$+5(2^a$f.).
El sistema escalonado que se obtiene es:

$$\left.\begin{aligned} x+2y+3z&=14 \\ y+2z&=8 \\ -z&=-3 \end{aligned}\right\} \quad \text{cuya solución es } z=3; \quad y=2; \quad x=1$$

El sistema es por tanto **compatible determinado**.