2.2.1. Ejercicios resueltos

Problema núm. 1

Utilizando el método de Gauss, estudia, clasifica y resuelve, en su caso, los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a) $\left\{\begin{array}{l} \boldsymbol{x+2y+3z=14} \\ \boldsymbol{-x-y-z=-6} \\ \boldsymbol{3x+y-2z=-1} \end{array}\right.$ b) $\left\{\begin{array}{l} \boldsymbol{2x-y+2z-t=1} \\ \boldsymbol{x+y+z-3t=0} \\ \boldsymbol{-2x+3y-z-2t=-1} \\ \boldsymbol{x-10y+15t=3} \end{array}\right.$

c) $\left\{\begin{array}{l} \boldsymbol{x-2y-2z+t=1} \\ \boldsymbol{2x+y+z-t=2} \\ \boldsymbol{-8x+y+z+t=-8} \\ \boldsymbol{-5x+t=-5} \end{array}\right.$ d) $\left\{\begin{array}{l} \boldsymbol{-x+3y+z=-2} \\ \boldsymbol{3x-y+4z=3} \\ \boldsymbol{2x+18y+19z=1} \end{array}\right.$

e) $\left\{\begin{array}{l} \boldsymbol{2x-3y=0} \\ \boldsymbol{x-5y=0} \\ \boldsymbol{x+16y=0} \end{array}\right.$ f) $\left\{\begin{array}{l} \boldsymbol{x-y+2z=0} \\ \boldsymbol{-x+2y+3z=0} \\ \boldsymbol{-2x+9y+31z=0} \end{array}\right.$

g) $\left\{\begin{array}{l} \boldsymbol{2x+y+3z=7} \\ \boldsymbol{3x+2y-4z=-6} \\ \boldsymbol{5x-2y-2z=-6} \end{array}\right.$ h) $\left\{\begin{array}{l} \boldsymbol{2x+4y+z=0} \\ \boldsymbol{3x-2y+4z=1} \\ \boldsymbol{5x-14y+10z=3} \end{array}\right.$

Solución:

a) $\left\{\begin{array}{l} x+2y+3z=14 \\ -x-y-z=-6 \\ 3x+y-2z=-1 \end{array}\right.$

Realicemos sobre la matriz asociada, las oportunas transformaciones hasta obtener un sistema escalonado equivalente al sistema dado:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 14 \\ -1 & -1 & -1 & -6 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & -5 & -11 & -43 \end{pmatrix} \xrightarrow{2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Las transformaciones realizadas son: En (1) sustituir la 2^af. por 2^af.$+1^a$f. y la 3^af. por 3^af.$-3(1^a$f.). En (2) sustituir la 3^af. por 3^af.$+5(2^a$f.).
El sistema escalonado que se obtiene es:

$$\left.\begin{array}{r} x+2y+3z=14 \\ y+2z=8 \\ -z=-3 \end{array}\right\} \quad \text{cuya solución es } z=3; \quad y=2; \quad x=1$$

El sistema es por tanto **compatible determinado**.