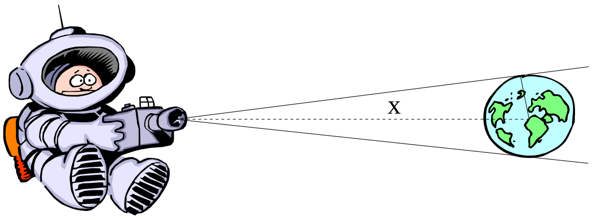


Sea R el radio de la tierra y x la distancia del astronauta al suelo, entonces:

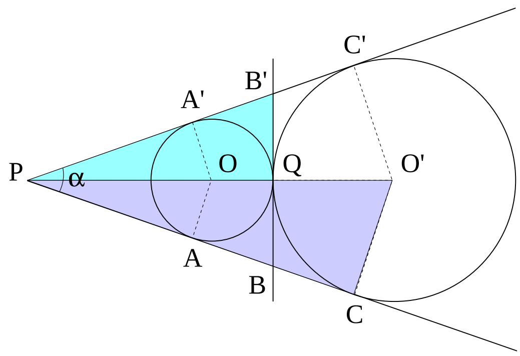
$$\operatorname{tg}\tfrac{20^\circ 42'}{2} = \frac{R}{R+x}$$

$$x = \frac{R - R\operatorname{tg} 10^\circ 21'}{\operatorname{tg} 10^\circ 21'} \simeq \frac{R(1-0,1826)}{0,1826} \simeq 4,5\cdot R$$

Problema núm. 57

Dadas dos circunferencias tangentes exteriores de 1 y 2 cm. de radio, hallar el área del triángulo formado por las tangentes comunes a ambas circunferencias.

Solución:



En los triángulos $\triangle AOP$, rectángulo en A y $\triangle CO'P$, rectángulo en C, tenemos:

$$\operatorname{sen}\tfrac{\alpha}{2} = \frac{1}{\overline{OP}} = \frac{2}{\overline{O'P}} = \frac{2}{\overline{OP}+3}$$

con lo que:

$$\frac{1}{\overline{OP}} = \frac{2}{\overline{OP}+3};\ \overline{OP}+3 = 2\,\overline{OP};\ \overline{OP} = 3 \text{ cm.}$$

por tanto $\dfrac{\alpha}{2} = \operatorname{arcsen}\frac{1}{3} \simeq 19^\circ 28'$.
Consideremos ahora el triángulo $\triangle B'PQ$, rectángulo en Q:

$$\operatorname{tg}\tfrac{\alpha}{2} = \frac{\overline{B'Q}}{4};\ \overline{B'Q} \simeq 4\operatorname{tg} 19^\circ 28' \simeq 1,4142 \text{ cm.}$$

$$\text{Área } \triangle BB'P = 2\,\text{Área } \triangle B'PQ \simeq 4\cdot 1,4142 = 5,65 \text{ cm}^2$$

(triángulo $\triangle B'PQ$: base$=\overline{OP}+\overline{OQ} = 4$ cm., altura$=\overline{B'Q} \simeq 1,4142$ cm.)