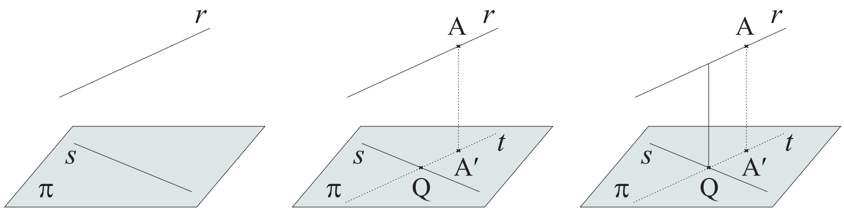
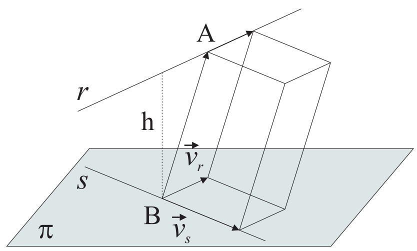
3.9.4. Distancia mínima entre dos rectas que se cruzan. Perpendicular común

Sean r con determinación lineal $(A, \vec{v}_r)$ y s con determinación lineal $(B, \vec{v}_s)$, dos rectas que se cruzan. Desde el punto de vista analítico resulta interesante resolver el problema de la siguiente manera.
Se toman dos puntos genéricos, uno Q de la recta r y otro Q' de la recta s, definimos el vector direccional $\overrightarrow{QQ'}$ y le imponemos la condición de que sea ortogonal con $\vec{v}_r$ y ortogonal con $\vec{v}_s$, de esta manera se plantea un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, cuya solución nos determina los puntos Q y Q'. La distancia entre los puntos Q y Q' es la distancia mínima entre las rectas r y s y la recta definida por estos dos puntos es la perpendicular común.
Geométricamente el problema se resuelve dando los pasos siguientes:



1) Se determina el plano π paralelo a una de las rectas y que contiene a la otra, una determinación lineal del plano, en nuestro caso, es $(B, \vec{v}_r, \vec{v}_s)$. La distancia entre un punto cualquiera de r y el plano π, es la distancia mínima entre las dos rectas, por ejemplo, $d(r, s) = d(A, \pi)$.
2) Se determina el punto de corte Q entre la recta s y la recta t, que es la proyección de r sobre π, para ello, proyectamos un punto cualquiera de r, por ejemplo A, sobre el plano π, trazando la perpendicular al plano por el punto A y determinando posteriormente el punto de corte A' de esta perpendicular con π. Una determinación lineal de la recta t es $(A', \vec{v}_r)$.
3) Finalmente la perpendicular a π por el punto Q es la perpendicular común a r y s. Una determinación lineal de esta recta está formada por el punto Q y el vector característico de π.

Un tercer procedimiento, determina la distancia mínima entre dos rectas que se cruzan, haciendo uso de los productos vectorial y mixto y que ilustramos mediante el gráfico que se adjunta:
El volumen del paralelepípedo determinado por los vectores $(\vec{v}_r, \vec{v}_s, \overrightarrow{BA})$, viene dado según vimos, en valor absoluto, por el producto mixto de estos tres vectores $\left|[\vec{v}_r, \vec{v}_s, \overrightarrow{BA}]\right|$.



Volumen que es igual, al área de la base por la altura, en donde el área de la base, que es el paralelogramo determinado por los vectores $\vec{v}_r$ y $\vec{v}_s$, viene dado